

GENELLEŞTİRİLMİŞ SPLİNE MODÜLLERİ

Gökçen DİLAVER ve Selma ALTINOK

E-mail: gokcen.dilaver@btu.edu.tr

Hacettepe Üniversitesi, 2024

$G = (V, E)$ kenar elemanları değişmeli bir R halkasının elemanları ile etiketlenmiş bir çizge olsun. G çizgesinin kenar elemanlarını R halkasının sıfırdan farklı ideallerine eşleştiren $\alpha : E \rightarrow \{R\text{'nin idealleri}\}$ fonksiyonuna kenar etiketleme fonksiyonu ve (G, α) sıralı ikilisine *kenar etiketli çizge* denir. Bir (G, α) kenar etiketli çizgesinin herhangi iki komşu köşesinin üzerindeki etiketlerin farkı bu köşeleri bağlayan kenar üzerindeki idealinin elemanı oluyorsa $F \in R^{|V|}$ köşe etiketlemesine *genelleştirilmiş spline* denir. (G, α) üzerinde tanımlı tüm genelleştirilmiş splinelerin kümesi $R_{(G, \alpha)}$ ile gösterilir. $R_{(G, \alpha)}$ kümesi halka ve R -modül yapılarına sahiptir. Genelleştirilmiş splineler teorisindeki temel problem genelleştirilmiş spline modüllerinin serbest olup olmadığı ve eğer serbestse tabanını belirleyebilmektir. Temel ideal bölgesi üzerinde tanımlı herhangi bir G çizgesi için genelleştirilmiş spline modülü serbest R -modül yapısına sahiptir. Ayrıca, herhangi bir R halkası üzerinde tanımlı bir ağaç çizgesi için de $R_{(G, \alpha)}$ serbest R -modül yapısına sahiptir. Burada özel bir spline olan akışkan sınıfları tanımlayacağız. Akışkan sınıfları $R_{(G, \alpha)}$ nın bir modül tabanını bulmak için çok kullanışlıdır. Herhangi bir G çizgesi üzerinde akışkan sınıfların sıfırdan farklı ilk elemanlarının en küçüklerini belirleyebilmek için özel patikaları kullandığımız bir metod vereceğiz. Sonuç olarak, $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ halkası üzerinde tanımlı tam çizgelerin spline modülleriyle ilgili bazı sonuçlar vereceğiz.

KAYNAKLAR

- [1] S. Altınok, S. Sarıoğlan, *Flow-up bases for generalized spline modules on arbitrary graphs*, J. Algebra Appl., doi: 10.1142/S0219498821501802 **2019**
- [2] S. Altınok, G. Dilaver, *Minimum generating sets for complete graphs*, arXiv:2107.05874 , **2021**
- [3] N. Bowden, S. Hagen, M. King, S. Reinders, *Bases and structure constants of generalized splines with integer coefficients on cycles*, arXiv:1502.00176v1, **2015**
- [4] N. Bowden, J. Tymoczko, *Splines mod m*, arxiv:1501.02027, **2015**
- [5] S. Gilbert, S. Polster, J. Tymoczko, *Generalized splines on arbitrary graphs*, Pacific J. Math. 281 (2) 333-364, **2016**
- [6] M. Handschy, J. Melnick, S. Reinders, *Integer generalized splines on cycles*, arXiv:1409.1481, **2014**
- [7] M. Philbin, L. Swift, A. Tammara, D. Williams, *Splines over integer quotient rings*, arXiv:1706.00105, **2017**